Übungen zur Bestimmung der Stammfunktion

$f(x)=x^n \quad F(x)=\frac{1}{n+1}x^{(n+1)}$

Aufgabe 1:

Bestimme die Stammfunktion der Ausgangsfunktion. Für alle x gilt: $x \in \mathbb{R}$

a) $f(x)=x^2$

b) $f(x)=\frac{1}{3}x^2$

c) $f(x)=4$

d) $f(x)=4x^3$

e) $f(x)=3x+6$

f) $f(x)=4x^3+2x^2-7$

g) $f(x)=20x^3-12x^2+6x$

h) $f(x)=25x^4-16x^3+8$

i) $f(x)=6x^3+\frac{1}{2}x^2-4x+2$

j) $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{8}x^2+\frac{1}{2}x-4$

k) $f(x)=\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{3}x+2$

Aufgabe 2:

Bestimme die Stammfunktion der Ausgangsfunktion. Für alle x gilt: $x \in \mathbb{R}$

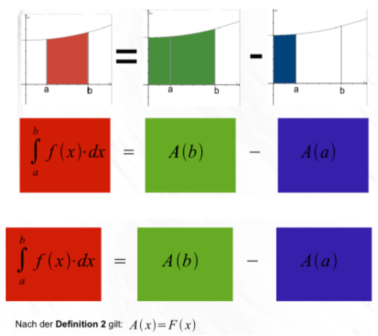
a) $f(x)=x^3$

b) $f(x)=\frac{1}{8}x^2$

c) $f(x)=2x^3+6x^2-3x$

d) $f(x)=\frac{1}{2}x^2+3x-4$

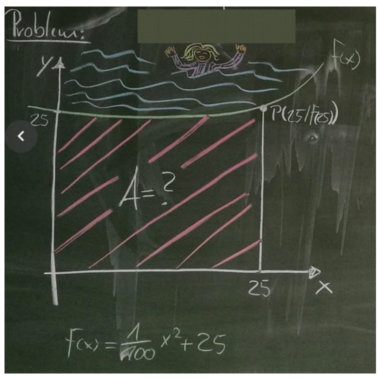
Hauptsatz der Integralrechnung:



$$\int_a^b f(x)\cdot dx = F(b)-F(a)$$

Aufgabe 3:

Bestimme die Größe der Uferfläche mit Hilfe des Hauptsatzes der Integralrechnung. Die Obersumme lag bei 693,75 FE und die Untersumme bei 662,5 FE bei $\Delta=5$ in den Grenzen 0 bis 25!



Lösungen:

Aufgabe 1:

a) $F(x)=\frac{1}{3}x^3$

b) $F(x)=\frac{1}{9}x^3$

c) $F(x)=4x$

d) $F(x)=x^4$

e) $F(x)=\frac{3}{2}x^2+6x$

f) $F(x)=x^4+\frac{2}{3}x^3-7x$

g) $F(x)=5x^4-4x^3+3x^2$

h) $F(x)=5x^5-4x^4+8x$

i) $F(x)=\frac{3}{2}x^4+\frac{1}{6}x^3-2x^2+2x$

j) $F(x)=-\frac{1}{12}x^4+\frac{1}{24}x^3+\frac{1}{4}x^2-4x$

k) $F(x)=\frac{1}{6}x^4+\frac{1}{18}x^3-\frac{1}{6}x^2+2x$

Aufgabe 2:

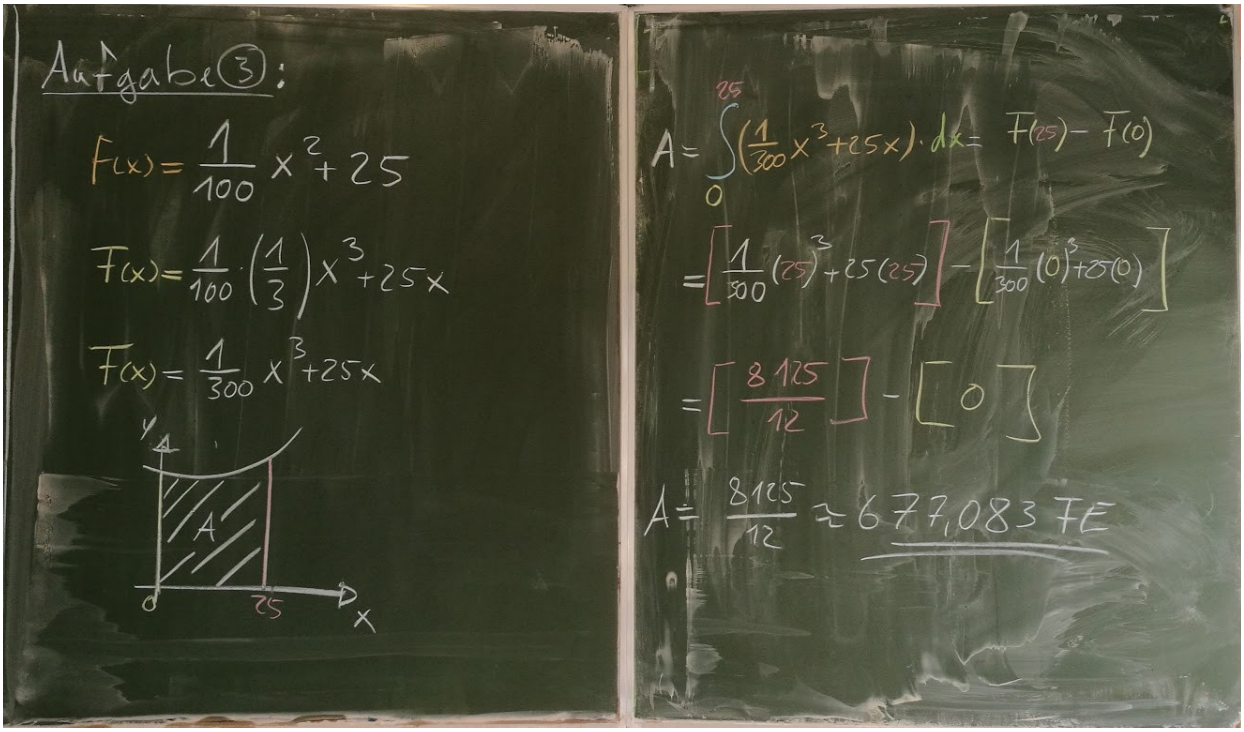
a) $F(x)=\frac{1}{4}x^4$

b) $F(x)=\frac{1}{24}x^3$

c) $F(x)=\frac{1}{2}x^4+2x^3-\frac{3}{2}x^2$

d) $F(x)=\frac{1}{6}x^3+\frac{3}{2}x^2-4x$

Aufgabe 3:


Aufgabe ③:
f(x) = 1/100 x² + 25
F(x) = 1/100 · (1/3) x³ + 25x
F(x) = 1/300 x³ + 25x
y
A
0
25
x
A = ∫₀²⁵ (1/300 x³ + 25x) · dx = F(25) − F(0)
= [1/300 (25)³ + 25(25)] − [1/300 (0)³ + 25(0)]
= [8125/12] − [0]
A = 8125/12 ≈ 677,083 FE