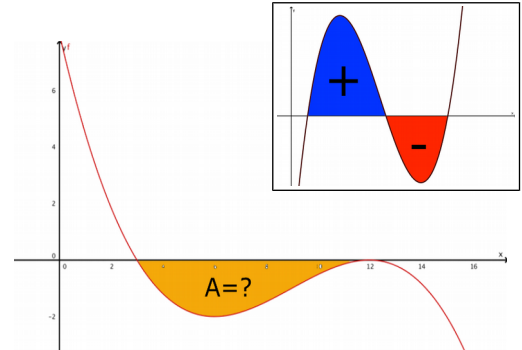


1. Übung

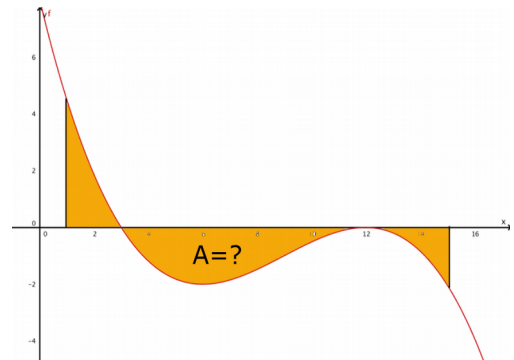
Die Funktion $f(x) = -\frac{1}{54}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8$ ($x \in \mathbb{R}$) hat bei $N_1(3/0)$ und $N_2(12/0)$ Nullstellen



- a) Bestimme die Fläche zwischen den Nullstellen und der x-Achse der gegebenen Funktion.

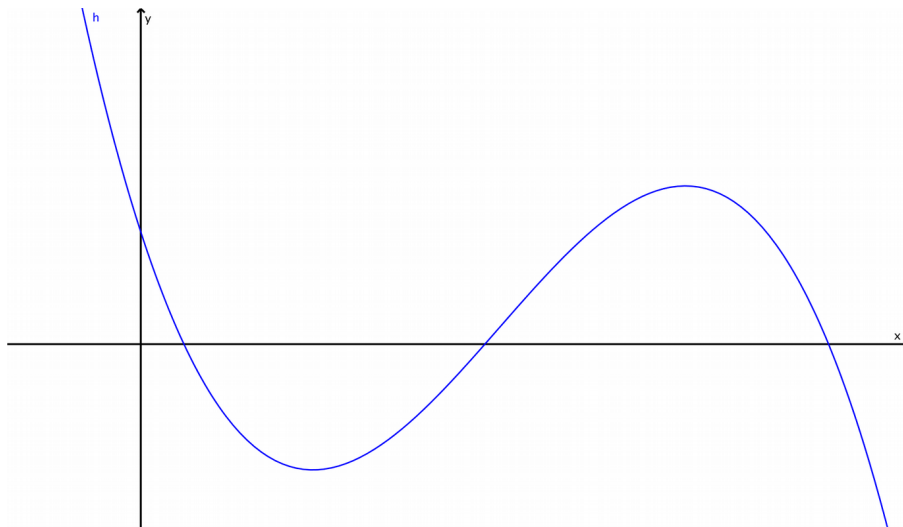


- b) Bestimme das Integral von $f(x)$ in den Grenzen $a=1$ und $b=15$.



2. Übung

Die Funktion $h(x) = -\frac{1}{48}x^3 + \frac{25}{48}x^2 - \frac{19}{6}x + \frac{8}{3}$ ($x \in \mathbb{R}$) hat auf dem Intervall $[0;17]$ drei Nullstellen. Bestimme das Integral in den Grenzen $a=1$ und $b=16$ der gegebenen Funktion $h(x)$.



Lösungen:**Übung 1:**a) untere Grenze $a=3$ und oberer Grenze $b=12$;

Stammfunktion:	$\left[-\frac{x^4}{216} + \frac{x^3}{6} - 2x^2 + 8x \right]_3^{12}$
Fläche obere Grenze	$F(12) = 0$
Fläche untere Grenze	$F(3) = \frac{81}{8}$
Gesamtfläche	$F(12) - F(3) = (0) - \left(\frac{81}{8} \right) = \boxed{-\frac{81}{8}}$ $\approx -10,125$

b) untere Grenze $a=1$ und oberer Grenze $b=3$; (Fläche vor $N_1(3/0)$)

Stammfunktion:	$\left[-\frac{x^4}{216} + \frac{x^3}{6} - 2x^2 + 8x \right]_1^3$
Fläche obere Grenze	$F(3) = \frac{81}{8}$

Fläche untere Grenze	$F(1) = \frac{1331}{216}$
Gesamtfläche	$F(3) - F(1) = \left(\frac{81}{8}\right) - \left(\frac{1331}{216}\right) = \boxed{\frac{107}{27}}$ $\approx 3,96296296296296$

untere Grenze a=3 und oberer Grenze b=12; (Fläche zwischen $N_1(3/0)$ & $N_2(12/0)$)

Stammfunktion:	(siehe Aufgabe a)
Fläche obere Grenze	(siehe Aufgabe a)
Fläche untere Grenze	(siehe Aufgabe a)
Gesamtfläche	$F(12) - F(3) = (0) - \left(\frac{81}{8}\right) = \boxed{-\frac{81}{8}}$ $\approx -10,125$

untere Grenze a=12 und oberer Grenze b=15; (Fläche nach $N_2(12/0)$)

Stammfunktion:	$\left[-\frac{x^4}{216} + \frac{x^3}{6} - 2x^2 + 8x \right]_{12}^{15}$
Fläche obere Grenze	$F(15) = -\frac{15}{8}$
Fläche untere Grenze	$F(12) = 0$

Gesamtfläche	$F(15) - F(12) = \left(-\frac{15}{8}\right) - (0) = \boxed{-\frac{15}{8}}$ $\approx -1,875$

Gesamtfläche:

$$\int_1^{15} f(x) dx = \frac{107}{27} + \left|-\frac{81}{8}\right| + \left|-\frac{15}{8}\right| = \frac{107}{27} + \frac{81}{8} + \frac{15}{8} = \frac{451}{27} FE$$

Übung 2:

Nullstellen bestimmen von h(x) → h(x)=0

$$0 = -\frac{1}{48}x^3 + \frac{25}{48}x^2 - \frac{19}{6}x + \frac{8}{3} \rightarrow \mathbf{x_1=16; x_2=8; x_3=1}$$

→ **N1(16/0); N2(8/0); N3(1/0)**

1. Fläche zwischen N3(1/0) und N2(8/0)

untere Grenze a=1 und oberer Grenze b=8;

Stammfunktion:	$\left[-\frac{x^4}{192} + \frac{25x^3}{144} - \frac{19x^2}{12} + \frac{8x}{3} \right]_1^8$
Fläche obere Grenze	$F(8) = -\frac{112}{9}$
Fläche untere Grenze	$F(1) = \frac{721}{576}$

Gesamtfläche	$F(8) - F(1) = \left(-\frac{112}{9}\right) - \left(\frac{721}{576}\right) = \boxed{-\frac{7889}{576}}$ $\approx -13,69618055555556$
--------------	---

2. Fläche zwischen N2(8/0) und N1(16/0)

untere Grenze a=8 und oberer Grenze b=16;

Stammfunktion:	$\left[-\frac{x^4}{192} + \frac{25x^3}{144} - \frac{19x^2}{12} + \frac{8x}{3}\right]_8^{16}$
Fläche obere Grenze	$F(16) = \frac{64}{9}$
Fläche untere Grenze	$F(8) = -\frac{112}{9}$
Gesamtfläche	$F(16) - F(8) = \left(\frac{64}{9}\right) - \left(-\frac{112}{9}\right) = \boxed{\frac{176}{9}}$ $\approx 19,55555555555556$

Gesamtfläche:

$$\int_1^{16} h(x) dx = \left|-\frac{7889}{576}\right| + \frac{176}{9} = \frac{7889}{576} + \frac{176}{9} = \frac{19153}{576} FE$$