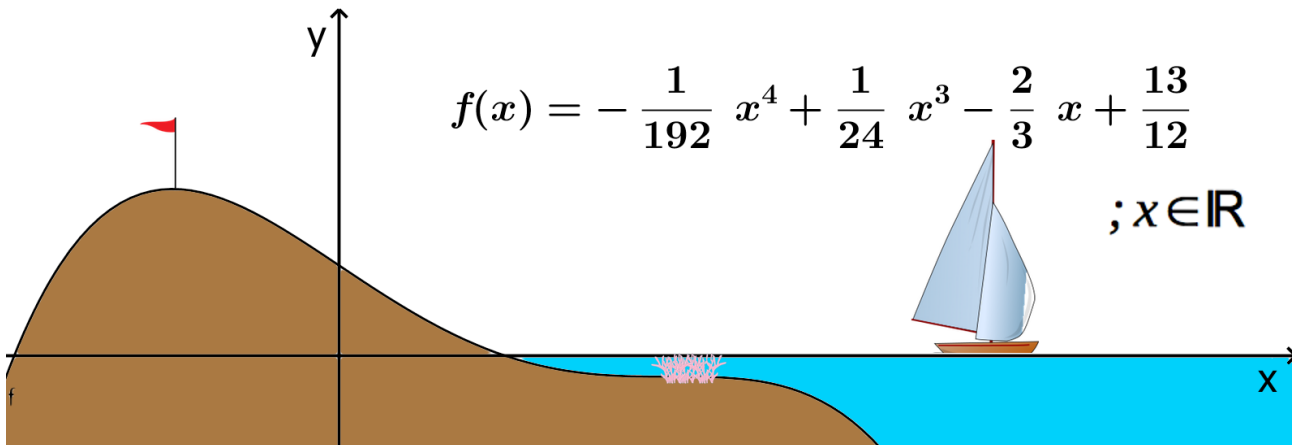


**Lösungen:**  
**Aufgabe 1:**



Der Querschnitt einer Küstenregion mit Korallenriff lässt sich mit Hilfe der Funktion  $f(x)$  modellieren. Die  $x$ -Achse beschreibt die Lage des Meeresspiegels. Die Nullstellen im II. und III. Quadranten begrenzen den Querschnitt in Richtung Landesinnere. Im IV. Quadranten liegt das Meer. Eine LE im Koordinatensystem beschreibt eine Strecke von 250m.

a) Wie weit vom Ursprung entfernt beginnt das Meer?

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-4,04	-0,25	1,53	2	1,7	1,08	0,45	0	-0,21	-0,25	-0,29

$N(2/0) \rightarrow 500 \text{ m entfernt}$

b) Das Korallenriff befindet sich an dem Punkt mit einer Steigung von  $m=0$ .  
Wie weit vom Ursprung und von der Wasserkante entfernt liegt das Riff?  
Wie tief unter dem Wasserspiegel liegt das Korallenriff?

$$f'(x) = -1/48 \cdot x^3 + 1/8 \cdot x^2 - 2/3 \rightarrow f'(x) = 0$$

$$x=4 ; x=-2;$$

$$f''(x) = -1/16 \cdot x^2 + 1/4 \cdot x$$

## Von AB Kompetenzorientierte Aufgaben zum Thema Kurvendiskussion 4. Grades

$$f''(4) = 0 \rightarrow \text{SP}$$

$$f''(2) = -0,75 < 0 \rightarrow \text{HP}$$

$$f(4) = -0,25 \rightarrow \text{SP (4/-0,25)}$$

SP (4/-0,25)  $\rightarrow$  Das Korallenriff liegt 62,5 m unter dem Meeresspiegel und 1000 m vom Ursprung entfernt bzw. 500 m von der Wasserkante.

- c) Wie hoch ist der Berg der Küstenregion? Wie weit entfernt liegt der Berg von der Wasserkante?

$$f(-2) = 2 \rightarrow \text{HP}(-2/2)$$

HP(-2/2)  $\rightarrow$  Der Berg hat eine Höhe von 500 m und liegt 1000 m entfernt von der Wasserkante.

- d) Bestimme die Lage der Nullstelle im II. und III. Quadranten.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-4,04	-0,25	1,53	2	1,7	1,08	0,45	0	-0,21	-0,25	-0,29

Horner-Schema mit N1(2/0):

Das Horner-Schema ist ein alternatives Verfahren um  $f(x) = h(x) \cdot g(x)$

$$\begin{array}{r}
 2 \left| \begin{array}{cccccc}
 -\frac{1}{192} & \frac{1}{24} & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{13}{12} \\
 & -\frac{1}{96} & \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & -\frac{13}{12} \\
 \hline
 -\frac{1}{192} & \frac{1}{32} & \frac{1}{16} & -\frac{13}{24} & 0
 \end{array}
 \right.
 \end{array}$$

$$g(x) = -\frac{1}{192}x^3 + \frac{1}{32}x^2 + \frac{1}{16}x - \frac{13}{24}$$

$$\begin{aligned}
 x_1 &= -3,903; & x_2 &= 4,951 + 1,46i; \\
 x_3 &= 4,951 - 1,46i
 \end{aligned}$$

$\rightarrow$   $x_2$  und  $x_3$  keine Nullstellen denn es gilt  $x \in \mathbb{R}$

$\rightarrow$  N2(-3,903/0)

### Kurvendiskussion:

$$f(x) = -\frac{1}{192} \cdot x^4 + \frac{1}{24} \cdot x^3 - \frac{2}{3} \cdot x + \frac{13}{12}$$

### Ableitungen:

$$f'(x) = -\frac{1}{48} \cdot x^3 + \frac{1}{8} \cdot x^2 - \frac{2}{3}$$

$$f''(x) = -\frac{1}{16} \cdot x^2 + \frac{1}{4} \cdot x$$

$$f'''(x) = -\frac{1}{8} \cdot x + \frac{1}{4}$$

$$f''''(x) = -\frac{1}{8}$$

### Kurvendiskussion:

Achsenschnittpunkte:

mit y-Achse:  $\frac{13}{12}$

mit x-Achse (Nullstellen):

$N_2(-3,902746071183/0)$  und  $N_1(2/0)$

Extremwv

HP ( -2 | 2 )

Sattelpunkt:

SP ( 4 | -0,25 )

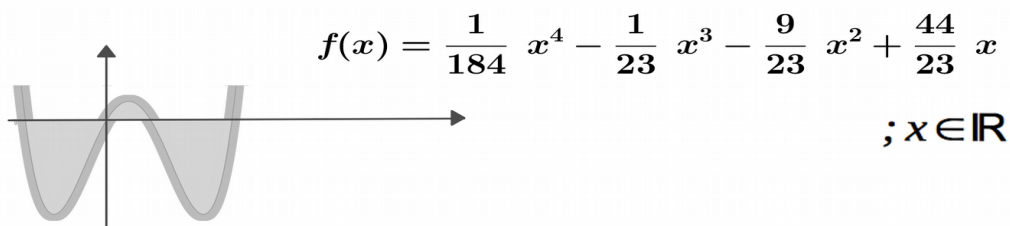
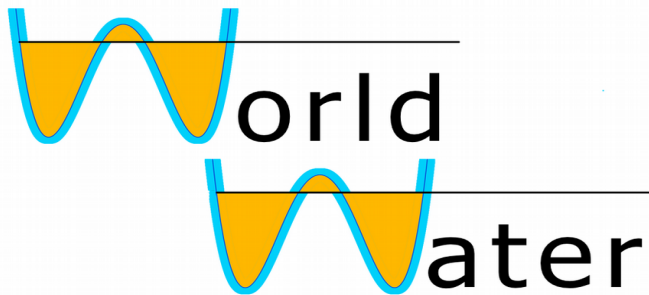
Wendepunkt(e):

WP ( 0 |  $\frac{13}{12}$  )

Wendetangenten:

$$t(x) = -\frac{2}{3} \cdot x + \frac{13}{12}$$

## Aufgabe 2:



Die Firma „World Water“ besitzt in ihrem Logo zweimal den geschwungenen Buchstaben „W“. Dieser Buchstabe entspricht der Funktion  $f(x)$ . Die beiden Enden des Buchstaben ragen genau 2 cm über den mittleren Bogen hinaus. Der waagerechte Strich im Logo entspricht der Lage der x-Achse. Eine Werbe- und Grafikagentur erhält die Aufgabe das Logo der Firma zu analysieren und Verbesserungsvorschläge für eine Optimierung des Logos zumachen. (Hinweis 1LE entspricht 1 cm im Koordinatensystem)

- a) Wie hoch ist der Buchstabe „W“?

$$f'(x) = \frac{1}{46} \cdot x^3 - \frac{3}{23} \cdot x^2 - \frac{18}{23} \cdot x + \frac{44}{23} \rightarrow f'(x) = 0$$
$$x_1 = -4,928; x_2 = 2; x_3 = 8,928$$

$$f''(x) = \frac{3}{46} \cdot x^2 - \frac{6}{23} \cdot x - \frac{18}{23}$$

$$f''(-4,928) = 2,086772869565 > 0 \rightarrow \text{TP}$$

$$f''(2) = -1,04347826087 < 0 \rightarrow \text{HP}$$

$$f''(8,928) = 2,086772869565 > 0 \rightarrow \text{TP}$$

$$f(-4,928) = -10,521739087338$$

$$f(2) = 2$$

$$f(8,928) = -10,521739087338$$

## Von AB Kompetenzorientierte Aufgaben zum Thema Kurvendiskussion 4. Grades

HP(2/2) UND TP(-4,93/-10,52) und TP (8,93/ -10,52)

Höhe  $W = 2 + 2 + 10,52 = 14,52$  cm → Der Buchstabe hat eine Höhe von 14,52 cm.

- b) Die Länge des waagerechten Striches soll nach dem Prinzip des „Goldenen Schnittes“ verbessert werden. Dabei soll die Länge auf der rechten Seite um den Faktor  $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,618033988\dots$  größer sein. Wie lang ist der waagerechte Strich nach der Verbesserung auf der rechten Seite?

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	-10,51	-9,74	-7,65	-4,96	-2,26	0	1,48	2	1,48	0	-2,54

Horner-Schema mit 4 N1(4/0): (Mit 0 funktioniert das H-Schema nicht!)

$$4 \begin{array}{r|rrrrr} \frac{1}{184} & -\frac{1}{23} & -\frac{9}{23} & \frac{44}{23} & 0 & \\ & & \frac{1}{46} & -\frac{2}{23} & -\frac{44}{23} & 0 \\ \hline \frac{1}{184} & -\frac{1}{46} & -\frac{11}{23} & 0 & 0 & \end{array}$$

$$f(x) = h(x) * g(x)$$

$$g(x) = \frac{1}{184}x^3 - \frac{1}{46}x^2 - \frac{11}{23}x$$

$$x_1 = 2 + 2\sqrt{23} \approx 11,591 \quad ; \quad x_2 = 2 - 2\sqrt{23} \approx -7,592 \quad ; \quad x_3 = 0$$

Nullstellen: N2(11,59/0); N3(-7,59/0); N4(0/0)

$$7,59 + 11,59 = 19,18$$

$$\text{waagerechter Strich } W = 19,18 * 1,618 = 31,033$$

- c) Ebenso sollen die restlichen Buchstaben um den Faktor

$(\Phi)^{-1} \approx 0,618033\dots$  kleiner sein, als das geschwungene „W“. Wie hoch sind die restlichen Buchstaben?

$$14,52 * 0,6180 = 8,973$$

### Kurvendiskussion:

$$f(x) = 1/184 \cdot x^4 - 1/23 \cdot x^3 - 9/23 \cdot x^2 + 44/23 \cdot x$$

### Ableitungen:

$$f'(x) = 1/46 \cdot x^3 - 3/23 \cdot x^2 - 18/23 \cdot x + 44/23$$

$$f''(x) = 3/46 \cdot x^2 - 6/23 \cdot x - 18/23$$

$$f'''(x) = 3/23 \cdot x - 6/23$$

### Nullstellen:

$$S_y(0/0)$$

$$N_1(4/0); N_2(11,59/0); N_3(-7,59/0); N_4(0/0)$$

### Extremwert(e):

$$TP (-4,928203230276 \mid -10,521739130435)$$

$$HP (2 \mid 2)$$

$$TP (8,928203230276 \mid -10,521739130435)$$

### Wendepunkt(e):

$$WP_1 (-2 \mid -4,95652173913)$$

$$WP_2 (6 \mid -4,95652173913)$$

### Wendetangenten:

$$t(x)_1 = 2,782608695652 \cdot x + 6,08695652174$$

$$t(x)_2 = -2,782608695652 \cdot x + 11,739130434783$$